第 22 講　図形と方程式(2)

【基礎確認事項】

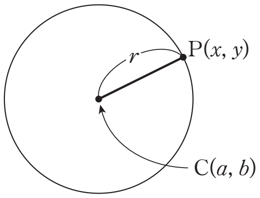
［１］　円の方程式

□中心 C$(a,\ b)$ で半径 r の円上の点を P$(x,\ y)$ とすると

　CP$=r$　かつ　CP$=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$ より

　　$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r$　これを両辺２乗することで

　方程式 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ が得られる．これが，中心 C$(a,\ b)$，半径 r の円上にある点が満たすべき方程式である．



> **中心 C$(a,\ b)$ で半径 r の円の方程式**
> 　$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
> 特に，原点中心のときは　$x^2+y^2=r^2$

※上記のように，点 $(x,\ y)$ が満たすべき条件から得られた x，y の式を「軌跡」の方程式という．上記はこの軌跡の考え方から円の方程式を導いたものである．軌跡については後述（第 23 講［１］）．

□また，$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$　より　$x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-r^2=0$

　ここで　$-2a=A$，$-2b=B$，$a^2+b^2-r^2=C$ とおくと

　　$x^2+y^2+Ax+By+C=0$

　と表される．

□逆にこの形で表された方程式を $(x-a)^2+(y-b)^2=k$ の形に変形したとき，これが円を表すのは $k>0$ のときである．$k=0$ のときは点 $(a,\ b)$ を表し，$k<0$ のときはこの方程式が表す図形はない．

⇒　C&U ①

［２］　円と直線

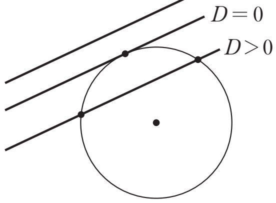
□円と直線の共有点の座標は，２直線の交点と同様に，２つの図形を表す方程式から y を消去して得られる x の方程式（２次方程式）を解くことにより求めることができる．

□また，この２次方程式の判別式を D とすると，円と直線の位置関係と共有点の個数は次のようになる．

(i)　$D>0$　$\Longleftrightarrow$　異なる２点を共有する（異なる２点で交わる）

(ii)　$D=0$　$\Longleftrightarrow$　１点を共有する（接する）

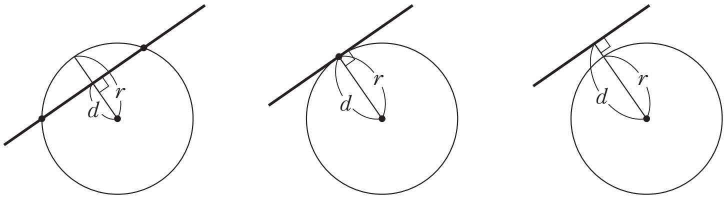
(iii)　$D<0$　$\Longleftrightarrow$　共有点をもたない



□ここで，円の中心と直線との距離 d と円の半径 r の大小関係により，円と直線の位置関係と共有点の個数は次のようになる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(i)　$d<r$　$\Longleftrightarrow$　異なる2点を共有する（異なる2点で交わる）
(ii)　$d=r$　$\Longleftrightarrow$　1点を共有する（接する）
(iii)　$d>r$　$\Longleftrightarrow$　共有点をもたない



$d<r$　　　$d=r$　　　$d>r$

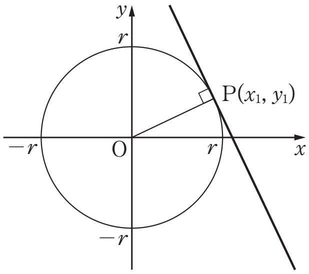
⇒ C&U 2

[3]　円と接線

□円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$ における接線 l の方程式は

$$x_1x+y_1y=r^2$$

と表される．



□これは次のように示される．

$x_1=0$ のときは，$\mathrm{P}(0,\ r)$ または $\mathrm{P}(0,\ -r)$ であり，

l の方程式はそれぞれ $y=r$，$y=-r$　である．

$x_1\neq 0$ のとき，直線OPの傾きは $\dfrac{y_1}{x_1}$ である．$\mathrm{OP}\perp l$ であることから，

l の方程式は $y=-\dfrac{x_1}{y_1}(x-x_1)+y_1$　すなわち　$x_1x+y_1y={x_1}^2+{y_1}^2$ である．

Pは円上の点であることより ${x_1}^2+{y_1}^2=r^2$　　よって l の方程式は　$x_1x+y_1y=r^2$ である．

この式は $x_1=0$ のときも成立する．

□同様な証明で，円 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$$

と表される．

⇒ C&U 3

[4]　2つの円

□半径がそれぞれ R，r $(R>r)$ である2円の中心間の距離を d とする．

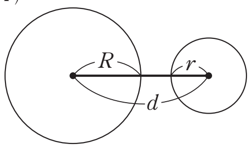
2円の位置関係は次の場合がある．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

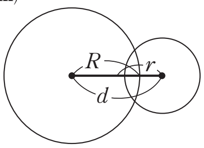
(i)　$d>R+r$　$\Longleftrightarrow$　一方が他方の外部にある
(ii)　$d=R+r$　$\Longleftrightarrow$　**外接**する（1点を共有）
(iii)　$R-r<d<R+r$　$\Longleftrightarrow$　2点で交わる
(iv)　$d=R-r$　$\Longleftrightarrow$　**内接**する（1点を共有）
(v)　$d<R-r$　$\Longleftrightarrow$　一方が他方の内部にある

(ii)(iv)のとき，2つの円は**接する**という．

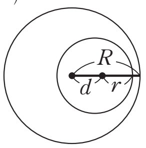
(i)



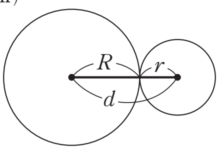
(iii)



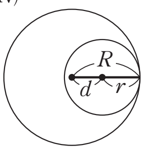
(v)



(ii)



(iv)



□2円の共有点の座標についても，それらを表す方程式の連立方程式を解くことで求めることができる．

⇒　C&U 4

[5]　2つの図形の交点を通る図形

□一般に　図形 $f(x,\ y)=0$，$g(x,\ y)=0$ の交点を通る図形の式は

$$f(x,\ y)+kg(x,\ y)=0 \quad (k\text{ は定数})$$

と表せる（ただし，$g(x,\ y)=0$ 自身は表せない）．

例　直線 $x+y+1+k(2x-y+5)=0$ について

2直線 $x+y+1=0$，$2x-y+5=0$ の交点の座標を $(a,\ b)$ とすると，

$a+b+1=0$，$2a-b+5=0$

よって，どんな定数 k をとっても $a+b+1+k(2a-b+5)=0$ が成り立つ．

$a+b+1+k(2a-b+5)=0$ は，直線 $x+y+1+k(2x-y+5)=0$ が点 $(a,\ b)$ を通ることを表している．

したがって，直線 $x+y+1+k(2x-y+5)=0$ は2直線 $x+y+1=0$，$2x-y+5=0$ の交点 $(a,\ b)$ を通る．

⇒　C&U 5

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〈 Memo 〉

【CHECK & UP】

1　次の円の方程式を求めよ．

(1)　円 $x^2+y^2+x-3y-1=0$ と中心が同じで，半径がこの円の半径の2倍である円

(2)　2点 $\mathrm{A}(-1,\ -4)$，$\mathrm{B}(5,\ 2)$ を直径の両端とする円

(3)　半径が5で，中心が y 軸上にあり，x 軸に接する円

2　円 $x^2+y^2=2$ と直線 $y=ax+2$ が接するとき，定数 a の値と接点の座標を求めよ．

3　円 $x^2+y^2=25$ 上の点 $(3,\ -4)$ における接線の方程式を求めよ．
また，円 $(x-1)^2+(y-3)^2=5$ 上の点 $(-1,\ 2)$ における接線の方程式を求めよ．

4　2円 $x^2+y^2=r^2\ (r>0)$ と $x^2-6x+y^2-8y+16=0$ が異なる2点で交わるとき，定数 r の値の範囲を求めよ．

5　2円 $x^2-2x+y^2-4=0$ と $x^2+(y-1)^2=1$ の2つの交点をP，Qとする．次の図形を表す方程式を求めよ．

(1)　直線PQ　　　(2)　2点P，Qと点 $(2,\ 0)$ を通る円

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 22 講　図形と方程式(2)

1　点 $(1,\ 2)$ を中心とする半径１の円 C と直線 $l：y=mx+1$ がある．次の問いに答えよ．

(1)　直線 l が円 C と共有点をもつような m の値の範囲を求めよ．

(2)　直線 l が円 C によって切り取られる線分の長さが $\sqrt{2}$ であるとき，m の値を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　(1)　点 $(1,\ 3)$ を通り，円 $x^2+y^2=1$ に接する直線の方程式を求めよ．

(2)　円 $(x-1)^2+y^2=5$ と，中心 $(a,\ b)$ で半径 1 の円の 2 つの共有点を通る直線の方程式が $x-y+2=0$ である．このとき，$(a,\ b)$ を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　2円 $C_1 : x^2+y^2=1$，$C_2 : (x-2)^2+(y-1)^2=r^2$ $(r>0)$ について，次の問いに答えよ．

(1)　2円が異なる2交点をもつときの r の値の範囲を求めよ．

(2)　(1)のとき，2円の共通弦の長さが最大となるときの r の値と，そのときの共通弦の長さを求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 22 講　図形と方程式(2)

(1)　点 (3, 0) において x 軸に接し，かつ直線 $3y-4x=12$ に接する円の方程式は

$(x-$ [ア] $)^2+(y-$ [イ] $)^2=$ [ウ]，$(x-$ [ア] $)^2+(y+$ [エオ] $)^2=$ [カキク]

である．

(2)　2 円 $C_1 : x^2+y^2=16$，$C_2 : x^2+y^2-4x-2y-20=0$ について，C_1，C_2 の中心間の距離は $\sqrt{\text{ケ}}$ である．この距離が 2 円の半径の差より大きく，和より小さいことより，2 円は異なる 2 交点をもつことがわかる．この異なる 2 交点を通る直線の方程式は

$y=-$ [コ] $x-$ [サ] である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 22 講　図形と方程式(2)

【CHECK & UP】

1 (1)　$x^2+y^2+x-3y-1=0$ より　$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-1=0$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}$$

よってこの円の中心は $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$，半径は $\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

したがって求める円の半径は $\sqrt{14}$ より，

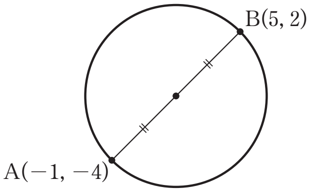
その方程式は　$\boldsymbol{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=14}$

> 平方完成により円の中心および半径がわかる．
> また，円の中心と半径がわかることで，円の方程式をつくることができる．
> いずれも (半径)^2 の形に注意．

(2)　求める円の中心は線分 AB の中点　$\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{-4+2}{2}\right)=(2,\ -1)$

半径は　$\frac{1}{2}\mathrm{AB}=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+6^2}=\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$　である．

よって求める円の方程式は　$\boldsymbol{(x-2)^2+(y+1)^2=18}$



(3)　求める円は x 軸と接するので，

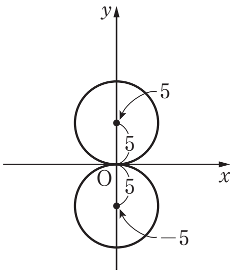
半径を $r(>0)$ とすると，中心の

y 座標は $\pm r$ である．

よって図より，求める円の方程式は

$\boldsymbol{x^2+(y-5)^2=25}$

$\boldsymbol{x^2+(y+5)^2=25}$



> (2)(3)「図形的」に中心と半径を求める問題である．

2 [解法１]　$x^2+y^2=2$ と $y=ax+2$ より

$x^2+(ax+2)^2=2$　つまり　$(a^2+1)x^2+4ax+2=0$　……①

①の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4}=(2a)^2-(a^2+1)\cdot 2=2a^2-2=2(a+1)(a-1)=0$$

よって　$\boldsymbol{a=\pm 1}$

①が重解をもつとき，その解は　$x=-\frac{2a}{a^2+1}$

$a=1$ のとき　①は重解　$x=-1$ をもつ．$a=-1$ のとき　①は重解　$x=1$ をもつ．

したがって，$a=1$ のとき接点 $\boldsymbol{(-1,\ 1)}$　　$a=-1$ のとき接点 $\boldsymbol{(1,\ 1)}$

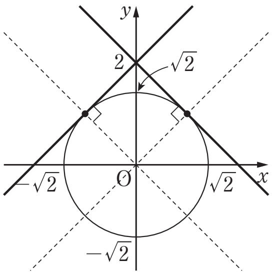
> [解法１] は円と直線の方程式を連立し，その解の個数，すなわち判別式の不等号で位置関係を扱う解法である．連立した方程式の解から，共有点を出すことができる．
> 　円と直線でこの解法を用いる必要のある問題は多くはない．

[解法２]　円 $x^2+y^2=2$ の中心 $(0,\ 0)$ と直線 $y=ax+2$　つまり　$ax-y+2=0$ の距離を d とすると

$$d=\frac{|a\cdot 0-0+2|}{\sqrt{a^2+1}}=\frac{2}{\sqrt{a^2+1}}$$

これが円の半径 $\sqrt{2}$ と等しいとき，円と直線は接する．

よって　$\frac{2}{\sqrt{a^2+1}}=\sqrt{2}$　　$\sqrt{2}\sqrt{a^2+1}=2$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

両辺を2乗して　$2(a^2+1)=4$　　$a^2=1$　　$\boldsymbol{a=\pm 1}$

直線 $y=ax+2$ と，これに垂直で円の中心を通る直線

$y=-\dfrac{1}{a}x$ の交点が求める接点である．

$a=1$ のとき　$y=x+2$ と $y=-x$ より　接点 $\boldsymbol{(-1,\ 1)}$

$a=-1$ のとき　$y=-x+2$ と $y=x$ より　接点 $\boldsymbol{(1,\ 1)}$

［解法2］は円の中心と直線との「距離」と，「半径」を比較することで位置関係を扱う解法である．接点を出すとき，直線と円を連立した式をつくるのはナンセンス．「接線と円の半径は接点において直交する」という性質を利用し，接点において接線と垂直な直線（法線という）をつくり，接線と法線を連立させて求める．

3 円 $x^2+y^2=25$ 上の点 $(3,\ -4)$ における接線の方程式は

$\boldsymbol{3x-4y=25}$

円 $(x-1)^2+(y-3)^2=5$ 上の点 $(-1,\ 2)$ における接線の方程式は

$(-1-1)(x-1)+(2-3)(y-3)=5$　　つまり　$\boldsymbol{2x+y=0}$

円の接線を作成するときにこのように接点が出ているときは「公式」の恩恵を受けることができる．中心が原点でないときの出し方も覚えておこう．

4 円 $x^2+y^2=r^2$ の中心は $(0,\ 0)$，半径は r

円 $x^2-6x+y^2-8y+16=0$

つまり　$(x-3)^2+(y-4)^2=9$ の

中心は $(3,\ 4)$，半径は3

2円の中心間距離は　$\sqrt{3^2+4^2}=5$

2円が異なる2点で交わるのは，

中心間距離が2円の半径の差より大きく和より小さいときである．

よって，$r-3<5<r+3$

$r-3<5$ より $r<8$　　$5<r+3$ より $2<r$

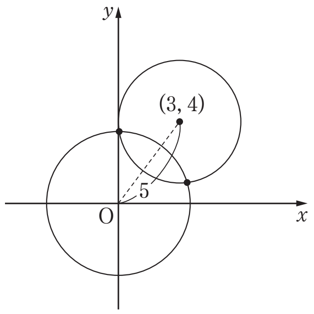
したがって，$\boldsymbol{2<r<8}$

2円の共有点の座標を求めるときは2円の式を連立すればよいが，座標の個数であれば中心間距離と2円の半径の和・差を利用するとよい．

外接：(中心間距離)＝(半径の和)

内接：(中心間距離)＝(半径の差)

特に半径の「差」の場合は「絶対値」がつくことが多い．今回の問題においては，2円が内接するときは半径 r の方が半径3より大きいことは明確であるため絶対値は不要である．



5 円 $x^2-2x+y^2-4=0$ と円 $x^2+(y-1)^2=1$ すなわち $x^2+y^2-2y=0$ の交点P，Qを通る図形は $x^2-2x+y^2-4+k(x^2+y^2-2y)=0$　……①（k は定数）と表せる．

(1)　①が直線を表すのは　$k=-1$ のとき

このとき①は　$x^2-2x+y^2-4-(x^2+y^2-2y)=0$

つまり　$\boldsymbol{x-y+2=0}$

これが求める直線PQの方程式である．

(2)　①が点 $(2,\ 0)$ を通るとき，$-4+4k=0$　　よって　$k=1$

このとき①は　$x^2-2x+y^2-4+(x^2+y^2-2y)=0$

$2x^2+2y^2-2x-2y-4=0$

よって求める円の方程式は　$\boldsymbol{x^2+y^2-x-y-2=0}$

2つの図形の交点を通る図形の求め方である．交点を求めずに通る図形を求められることが大きなメリットとなる．

2図形のどちらの方程式に k を掛けても2図形の交点を通る図形をつくることができるが，つくった式は k をつけた方の図形自身を表すことはできない（ほとんどの問題では支障がない）．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

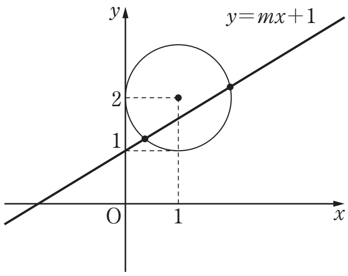
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第22講　図形と方程式(2)

1　点 (1, 2) を中心とする半径1の円 C と直線 l：$y=mx+1$ がある．次の問いに答えよ．

(1)　直線 l が円 C と共有点をもつような m の値の範囲を求めよ．

(2)　直線 l が円 C によって切り取られる線分の長さが $\sqrt{2}$ であるとき，m の値を求めよ．



C：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$　　l：$y=mx+1$

(1)　円 C の中心 (1, 2) と直線 l：$mx-y+1=0$ の距離 d は

$$d=\frac{|m-2+1|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

条件より　$d\leqq$(円 C の半径) であればよい．

よって　$\dfrac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}}\leqq 1$　　$|m-1|\leqq\sqrt{m^2+1}$

両辺を2乗して　$(m-1)^2\leqq m^2+1$　　$-2m\leqq 0$　　よって　$\boldsymbol{m\geqq 0}$

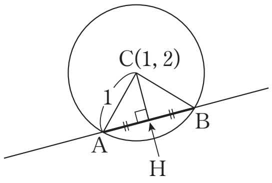
【別解】　図より，点 (0, 1) を通る直線 l が円 C と共有点をもつのは，

$0\leqq$(l の傾き)　のときである．

よって　$\boldsymbol{0\leqq m}$

(2)　円 C の中心をCとし，C(1, 2) から直線 l に下ろした垂線をCHとすると，(1)より　CH$=d$

また，直線 l と円 C の2つの交点をA，Bとすると，AB$=\sqrt{2}$

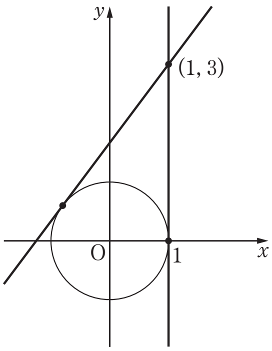


$\mathrm{CH}^2=\mathrm{CA}^2-\mathrm{AH}^2$ より　$d^2=1^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\dfrac{(m-1)^2}{m^2+1}=\dfrac{1}{2}$　　$m^2-4m+1=0$　　よって　$\boldsymbol{m=2\pm\sqrt{3}}$

2　(1)　点 (1, 3) を通り，円 $x^2+y^2=1$ に接する直線の方程式を求めよ．

(2)　円 $(x-1)^2+y^2=5$ と，中心 (a, b) で半径1の円の2つの共有点を通る直線の方程式が $x-y+2=0$ である．このとき，(a, b) を求めよ．



(1)　図より，求める接線の1つは直線 $x=1$ である．

y 軸と平行でないもう1本の接線を　$y=m(x-1)+3$　とおくと，円の中心 (0, 0) とこの直線　$mx-y-m+3=0$　の距離が円の半径1と等しければよい．

よって　$\dfrac{|-m+3|}{\sqrt{m^2+1}}=1$　　$(m-3)^2=m^2+1$　　$m=\dfrac{4}{3}$

ゆえに，求める接線の方程式は　$\boldsymbol{x=1,\ y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{5}{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　題意より，円 $(x-1)^2+y^2=5$　……①　と直線 $x-y+2=0$　……②　の 2 つの共有点を中心 $(a,\ b)$，半径 1 の円が通る．

①，②の共有点を通る図形の方程式は

$$(x-1)^2+y^2-5+k(x-y+2)=0$$

$$x^2+(k-2)x+y^2-ky+2k-4=0$$

$$\left(x+\frac{k-2}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{1}{2}k^2-3k+5\quad\cdots\cdots③$$

③が半径 1 の円を表すのは　$\frac{1}{2}k^2-3k+5=1^2$

$k^2-6k+8=0$　　$(k-2)(k-4)=0$　　よって　$k=2,\ 4$

このとき円③の中心の座標は　$\left(-\frac{k-2}{2},\ \frac{k}{2}\right)$

$k=2$ のとき　円の中心は $(0,\ 1)$　　$k=4$ のとき　円の中心は $(-1,\ 2)$

したがって　$\boldsymbol{(a,\ b)=(0,\ 1),\ (-1,\ 2)}$

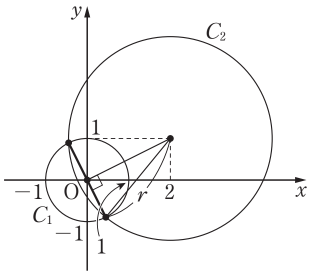
3　2 円 $C_1：x^2+y^2=1$，$C_2：(x-2)^2+(y-1)^2=r^2$ $(r>0)$ について，次の問いに答えよ．

(1)　2 円が異なる 2 交点をもつときの r の値の範囲を求めよ．

(2)　(1)のとき，2 円の共通弦の長さが最大となるときの r の値と，そのときの共通弦の長さを求めよ．

円 C_1 の中心は $(0,\ 0)$，半径は 1　　円 C_2 の中心は $(2,\ 1)$，半径は r

中心間の距離は $\sqrt{5}$



(1)　2 円が異なる 2 交点をもつのは　$r-1<\sqrt{5}<r+1$　のとき

よって　$\boldsymbol{-1+\sqrt{5}<r<1+\sqrt{5}}$

(2)　2 円が異なる 2 交点をもつとき，2 円の共通弦の長さが最大になるのは図より共通弦が円 C_1 の直径となるときである．

したがって，共通弦の長さの最大値は　**2**

また，このときの半径 r は三平方の定理により　$r^2=1^2+\sqrt{5}^2$　　よって　$\boldsymbol{r=\sqrt{6}}$

【別解】　2 円の異なる 2 交点を通る直線は

$$x^2+y^2-1-\{(x-2)^2+(y-1)^2-r^2\}=0$$

つまり　$4x+2y+r^2-6=0$　……①

である．①が円 C_1 の中心 $(0,\ 0)$ を通るときに 2 円の共通弦の長さが最大となる．

したがって　$r^2-6=0$　　$r>0$ より　$\boldsymbol{r=\sqrt{6}}$

このとき，①は $2x+y=0$　これと円 C_2 の中心 $(2,\ 1)$ との距離は　$\frac{|4+1|}{\sqrt{4+1}}=\sqrt{5}$

ゆえに共通弦の長さの最大値は　$2\sqrt{\sqrt{6}^2-\sqrt{5}^2}=\boldsymbol{2}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 22 講　図形と方程式(2)

(1)　点 $(3,\ 0)$ において x 軸に接し，かつ直線 $3y-4x=12$ に接する円の方程式は

$(x-$ ア $)^2+(y-$ イ $)^2=$ ウ ，$(x-$ ア $)^2+(y+$ エオ $)^2=$ カキク

である．

(2)　2 円 $C_1：x^2+y^2=16$，$C_2：x^2+y^2-4x-2y-20=0$ について，C_1，C_2 の中心間の距離は $\sqrt{\text{ケ}}$ である．この距離が 2 円の半径の差より大きく，和より小さいことより，2 円は異なる 2 交点をもつことがわかる．この異なる 2 交点を通る直線の方程式は $y=-$ コ $x-$ サ である．

(1)　求める円は点 $(3,\ 0)$ で x 軸に接するので，中心を $(3,\ r)$ とおくと

半径は $|r|$ となる．

また，この円は直線 $4x-3y+12=0$ に接するので，中心と直線の距離が半径と等しい．

よって　$\dfrac{|4\cdot3-3\cdot r+12|}{\sqrt{16+9}}=|r|$　つまり　$|3r-24|=5|r|$

両辺を 2 乗して　$(3r-24)^2=25r^2$　　$r^2+9r-36=0$　　$(r-3)(r+12)=0$

$r=3,\ -12$

したがって，求める円の方程式は　$(x-\mathbf{3})^2+(y-\mathbf{3})^2=\mathbf{9}$，$(x-\mathbf{3})^2+(y+\mathbf{12})^2=\mathbf{144}$

(2)　円 $C_1：x^2+y^2=16$　について，中心 $(0,\ 0)$，半径 4

円 $C_2：(x-2)^2+(y-1)^2=25$　について，中心 $(2,\ 1)$，半径 5

この 2 円の中心間の距離は　$\sqrt{4+1}=\sqrt{\mathbf{5}}$

2 円の半径の差は 1，和は 9 であり，$1<\sqrt{5}<9$ であることより，この 2 円は異なる 2 点で交わることがわかる．

2 円 C_1，C_2 の 2 交点を通る図形の方程式は

$(x^2+y^2-16)+k(x^2+y^2-4x-2y-20)=0$　と表せる．

この方程式が直線を表すとき，$k=-1$ である．

このとき　$(x^2+y^2-16)-(x^2+y^2-4x-2y-20)=0$　より　$4x+2y+4=0$

したがって，2 円の異なる 2 交点を通る直線の方程式は　$y=-\mathbf{2}x-\mathbf{2}$　である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。